Capítulo 11 - Modelo de intercambio intertemporal en una economía abierta.

- Hay un único bien idéntico en todo el mundo.
- Al poder comerciar, economía puede "transferir" el bien perecedero a través del tiempo.
- En economía cerrada: oferta bien = demanda del bien $\forall t$.

  Si había un choque que aumentaba demanda u oferta del bien en un periodo, precios se ajustaban para vaciar el mercado.

- En economía abierta, no existe esa condición de vaciado de mercado. La economía puede consumir más o menos de su dotación por medio del comercio: exportando o importando.
- Cada transacción tiene un efecto financiero: si residente local exporta, recibe a cambio una promesa de pago futura.

  Al exportar, la economía "ahorra".

  Al importar, economía adquiere "deuda" con el resto del mundo.

Comercio internacional intertemporal:

- Economía es idéntica a la del capítulo 5 - economía de dotaciones: $(y_1^i, y_2^i, \ldots)$ dotaciones exógenas.
- Residentes ahora pueden acudir a mercados internacionales de bienes y de crédito.
- I individuos: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u_i(c_t^i)$ $\quad i \in \{1, \ldots, I\}$.
- Dotaciones de i: $(y_1^i, y_2^i, \ldots)$
- Tasa de interés en el mercado mundial es r_t^w
- En ausencia de fricciones: $\underbrace{r_t^* = r_t^w}_{\text{condición de no arbitraje.}}$
- Mercados financieros nacional e internac. son sustitutos perfectos

• Restricción:

$$C_t^i + b_t^i = y_t^i + (1+r_{t-1}^w)\, b_{t-1}^i \qquad b_t^i = b_t^{iD} + b_t^{iI} \rightarrow \text{ahorro total.}$$

• $b_0(1+r_0^w)$ → posición financiera con respecto al resto del mundo en el periodo inicial

• Restricción de no Ponzi:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{b_T}{(1+r_1^w)\cdots(1+r_{T-1}^w)} \geq 0$$

$$p_t^w = \frac{1}{(1+r_1^w)\cdots(1+r_{t-1}^w)}$$

• Restricción intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^i \leq \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t^i + b_0^i(1+r_0^w)$$

• funciones de demanda van a depender de las tasas de interés internacionales.

Condiciones de primer orden:

$$u'(C_t^*) = \beta(1+r_t^w)\, u'(C_{t+1}^*) \leftarrow \text{cond. intertemporal.}$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^* = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t + b_0(1+r_0^w) \leftarrow \text{restr. presupuestal intertemporal.}$$

Ej: Cobb-Douglas: $\frac{C_{t+1}^*}{C_t^*} = \beta(1+r_t) \Rightarrow$

$$C_{t+1}^* = \beta(1+r_t)C_t^*$$
$$C_t = \beta(1+r_t)C_{t-1}$$
$$C_{t-1} = \beta(1+r_t)C_{t-2}$$
$$\vdots$$
$$C_t^* = \beta^{t-1}(1+r_1^w)(1+r_2^w)\cdots(1+r_{t-1}^w)C_1^*$$

$$\underbrace{\frac{C_t^*}{(1+r_1^w)\cdots(1+r_{t-1}^w)}}_{=p_t^w C_t^*} = \beta^{t-1} C_1^*$$

$$P_t^w C_t^* = \beta^{t-1} C_1^*$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} C_1^* = \sum_{t=1}^{\infty} P_t^w y_t + b_0(1+r_0)$$

$$C_1 \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} = C_1\left(\frac{1}{1-\beta}\right) = \sum_{t=1}^{\infty} P_t^w y_t + b_0(1+r_0)$$

$$\boxed{C_1^* = (1-\beta)\left(\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w y_t + b_0(1+r_0)\right)}$$

riqueza del hogar

$$P_t^w C_t = \beta^{t-1} C_1$$

$$\Rightarrow \boxed{C_t^* = \frac{(1-\beta)\beta^{t-1}}{P_t^w}\left(\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w y_t + b_0(1+r_0)\right)}$$

$$\underbrace{C_t^* := \sum_{i=1}^{I} c_t^i}_{\text{consumo agregado}} \qquad \underbrace{B_t^* := \sum_{i=1}^{I} b_t^i} \qquad Y_t := \sum_{i=1}^{I} y_t^i$$

posición financiera agregada <u>Neta</u> de la economía con respecto al resto del mundo.

$$\sum_{t=1}^{\infty} P_t^w C_t^* = \sum_{t=1}^{\infty} P_t^w Y_t + B_0(1+r_0^w)$$

Cuando $B_t^* < 0 \Rightarrow$ el valor absoluto $|B_t|$ es la deuda externa de la economía.

- Supongamos que podemos descomponer posición financiera de cada individuo:

$$b_t^{i*} = b_t^{id*} + b_t^{iw}$$

d: doméstica   w: internacional.

$$B_t^{w*} = \sum_{i=1}^{I} b_t^{iw} \qquad \boxed{B_t^{d*} = \sum_{i=1}^{I} b_t^{id} = 0}$$

$$B_t^* = \cancel{B_t^{d*}}^{\,0} + B_t^{w*} = B_t^{w*}$$

Ahorro/endeudamiento neto de la economía es igual a su posición financiera internacional.

- Balanza comercial:

$$TB_t := Y_t - C_t^* = \sum_{i=1}^{I} y_t^i - \sum_{i=1}^{I} c_t^i$$

$TB_t^* > 0$: superávit comercial

$TB_t^* < 0$: déficit comercial.

- Restricción presupuestaria intertemporal:

$$\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w C_t^* = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w Y_t + B_0(1+r_0^w)$$

$$\boxed{\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w TB_t^* + B_0(1+r_0^w) = 0}$$

Si economía tiene posición financiera inicial igual a cero $(B_0 = 0)$ los saldos de balanza comercial en valor presente deben sumar cero.

Restricción presupuestaria agregada:

$$C_t^* + B_t^* = Y_t + (1+r_{t-1}) B_{t-1}^*$$

$$B_t^* = TB_t^* + (1+r_{t-1}) B_{t-1}^* = TB_t^* + B_{t-1}^* + r_{t-1} B_{t-1}^*$$

$$CA_t := \underbrace{B_t^* - B_{t-1}^*}_{\text{cambio en la posición financiera de la economía.}} = TB_t^* + r_{t-1}^w B_{t-1}^*$$ ← cuenta corriente.

Si $CA_t > 0 \Rightarrow$ la economía está acumulando activos internacionales en términos netos.

Si $CA_t < 0 \Rightarrow$ economía se está endeudando en términos netos con el resto del mundo

Acumulación de activos viene de dos fuentes:

- Ventas de bienes al exterior
- Ingresos por intereses de posición financiera del pasado

Equilibrio de economía pequeña abierta:

- Trayectoria de tasas de interés internacionales $(r_1^w, r_2^w, \dots)$ es exógena.

Evolución de variables agregadas:

- agente representativo
- Dotaciones $(y_1, y_2, \dots)$
- Restricción: $\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w c_t = \sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t + b_0(1+r_0^w)$

Euler: $u'(c_t^*) = \beta(1+r_t^w)u'(c_{t+1}^*)$

- Dotaciones son constantes $y_t = \bar{y}$, $t \geq 2$.

$y_1 = \bar{y} - \varepsilon$.

- Supongamos que $\beta(1+r_t^w) = 1$, $b_0 = 0$, Cobb-Douglas.
- $c_1^* = (1-\beta)\left(\sum_{t=1}^{\infty} p_t^w y_t\right)$

$$\beta(1+r_t^w) = 1 \Rightarrow (1+r_t^w) = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{1}{1+r_t^w} = \beta$$

$$p_t^w = \frac{1}{(1+r_1^w)\cdots(1+r_{t-1}^w)} = \underbrace{\left(\frac{1}{1+r_1^w}\right)}_{\beta} \cdots \underbrace{\left(\frac{1}{1+r_{t-1}^w}\right)}_{\beta} = \beta^{t-1}$$

$$C_1^* = (1-\beta)\left(p_1^w y_1 + p_2^w y_2 + p_3^w y_3 + \dots \right)$$

$$= (1-\beta)\Big(\underbrace{(\bar{y}-\varepsilon) + \beta\bar{y} + \beta^2\bar{y} + \beta^3\bar{y} + \dots}\Big)$$

$$\bar{y} + \beta\bar{y} + \beta^2\bar{y} + \dots - \varepsilon$$

$$\bar{y}\underbrace{(1+\beta+\beta^2+\dots)}_{\frac{1}{1-\beta}} - \varepsilon = \frac{\bar{y}}{1-\beta} - \varepsilon$$

$$\boxed{C_1^* = (1-\beta)\left(\frac{\bar{y}}{1-\beta} - \varepsilon\right) = \bar{y} - (1-\beta)\varepsilon}$$

$$C_{t+1} = \underbrace{\beta(1+r_t^w)}_{=1} C_t \quad \Rightarrow \quad C_t = C_{t-1} = \dots = C_1$$

$$\boxed{C_t^* = \bar{y} - (1-\beta)\varepsilon, \ \forall t}$$

$$TB_1^* = y_1 - C_1 = (\cancel{\bar{y}} - \cancel{\varepsilon}) - (\cancel{\bar{y}} - (\cancel{1}-\beta)\varepsilon)$$

$$\boxed{TB_1 = -\beta\varepsilon}$$

$$b_0 = 0 \Rightarrow \boxed{b_1 = TB_1^* + \cancel{b_0(1+r_0)}^{0} = -\beta\varepsilon}$$

$$\boxed{CA_1^* = b_1^* - b_0^* = -\beta\varepsilon < 0}$$

Para $t \geq 2$: $\quad TB_t^* = y_t - C_t^* = \bar{y} - (\bar{y} - (1-\beta)\varepsilon)$

$$\boxed{TB_t^* = (1-\beta)\varepsilon > 0, \ t \geq 2}$$

$$b_2^* = TB_2^* + b_1^*(1+r_1^w) \quad \text{— } \beta(1+r)=1 \Rightarrow (1+r) = \frac{1}{\beta}$$

$$= (1-\beta)\varepsilon + (-\beta\varepsilon)\left(\frac{1}{\beta}\right)$$

$$\boxed{b_2^* = \varepsilon - \varepsilon\beta - \varepsilon = -\varepsilon\beta}$$

$$\boxed{CA_2^* = b_2^* - b_1^* = -\varepsilon\beta + \varepsilon\beta = 0}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} b_t^* = -\varepsilon\beta & t \geq 2 \\ CA_t^* = 0 & t \geq 2 \end{array}}$$

- Menor dotación inicial lleva a la economía a adquirir deuda con resto del mundo en $t=1$.
- En cada periodo, se utiliza superávit comercial para pagar intereses de la deuda.
- $P_t^w \, b_t^* = -\beta^t \varepsilon \longrightarrow 0$
- Aunque economía tiene deuda en todos los periodos $t \geq 2$, el valor presente de la deuda converge a cero.

Dinámica de la balanza comercial y cuenta corriente cuando $\beta(1+r_t^w) = 1$:

- Agente representativo con preferencias Cobb Douglas.
- Cuando $\beta(1+r_t^w) = 1 \Rightarrow$ trayectoria de TB_t y CA_t se pueden caracterizar exclusivamente en términos de los dotaciones.

Definición: "dotación permanente" o "ingreso permanente" $\bar{y}_t$:

$$\underbrace{\sum_{\tau=t}^{\infty} P_\tau^w \, \bar{y}_t}_{\text{valor presente de dotaciones cuando dotaciones permanecen constantes e iguales a } \bar{y}_t} = \underbrace{\sum_{\tau=t}^{\infty} P_\tau^w \, y_\tau}_{\text{valor presente de dotaciones a partir de } t}$$

Cuando $\beta(1+r_t^w) = 1 \Rightarrow p_t^w = \beta^{t-1}$

$$\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-1} \bar{y}_t = \frac{\bar{y}_t}{1-\beta} = \sum \beta^{\tau-1} y_\tau$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{y}_t = (1-\beta)\left(\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-1} y_\tau\right)}$$

$$\bar{y}_t = (1-\beta) y_t + (1-\beta)\beta y_{t+1} + (1-\beta)\beta^2 y_{t+2} + \dots$$

$\bar{y}_t$: promedio ponderado de todos los ingresos futuros del hogar.

Ingresos de periodos más cercanos tienen más peso.

$$\boxed{c_t^* = \bar{y}_t + \frac{1-\beta}{\beta} b_{t-1}}$$

$$\boxed{TB_t^* = y_t - c_t^* = (y_t - \bar{y}_t) - \frac{1-\beta}{\beta} b_{t-1}^*}$$

Cuando hogar/economía tienen una dotación por encima del promedio de dotaciones futuras $\Rightarrow TB_t > 0$.

$$b_t^* = TB_t + \underbrace{(1+r_{t-1}^w)}_{1/\beta} b_{t-1}^* = \left(y_t - \bar{y}_t - \frac{1-\beta}{\beta} b_{t-1}^*\right) + \frac{1}{\beta} b_{t-1}^*$$

$$= y_t - \bar{y}_t + b_{t-1}^*$$

$$\Rightarrow \boxed{CA_t^* = b_t^* - b_{t-1} = (y_t - \bar{y}_t)}$$

Si en el periodo t las dotaciones de la economía están por encima del promedio de dotaciones futuras $\Rightarrow$ economía va a acumular activos/ahorrar.